数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは午前11時00分です。

3　声を出して読んではいけません。

4　計算が必要なときは，この問題用紙の余白を利用しなさい。

5　解答は全て解答用紙にＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）を使って明確に記入し，解答用紙だけを提出しなさい。

6　答えに根号が含まれるときは，根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。また，根号の中を最も小さい自然数にしなさい。

7　答えは解答用紙の決められた欄からはみ出さないように書きなさい。

8　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

9　受検番号を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい。

10　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

$(1)\ (\sqrt{6}+\sqrt{3}-2)\times\sqrt{\frac{2}{3}}-\frac{3-2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$=\frac{6+3\sqrt{2}-2\sqrt{6}}{3}-\frac{3\sqrt{3}-2\sqrt{6}}{3}$

$=2+\sqrt{2}-\sqrt{3}$ //

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $(\sqrt{6}+\sqrt{3}-2)\div\sqrt{\frac{3}{2}}-\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{\sqrt{3}}$ を計算せよ。

(2) $3x+5y=A$, $3x-5y=B$ とおく

$\begin{cases}\frac{A}{6}+\frac{B}{3}=1\\3A+2B=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A=0\\B=3\end{cases}$

$\begin{cases}3x+5y=0\\3x-5y=3\end{cases}\Rightarrow x=\frac{1}{2},\ y=-\frac{3}{10}$ //

〔問 2〕 連立方程式 $\begin{cases}\frac{3x+5y}{6}+\frac{3x-5y}{3}=1\\3(3x+5y)+2(3x-5y)=6\end{cases}$ を解け。

〔問 3〕 1 から 6 までの目が出る大中小 1 つずつのさいころを同時に 1 回投げる。

3 つのさいころの出た目の数の積が素数である目の出方は何通りあるか。

(3) 素数：2，3，5，7，11 ‥‥

(1，1，2) (1，1，3) (1，1，5) ⇒ $3\times3=9$ //

〔問 4〕 右の図 1 で，△ABC の辺 AC 上の

2 点 D，E は，それぞれ AB ＝ AD，

CB ＝ CE となる点である。

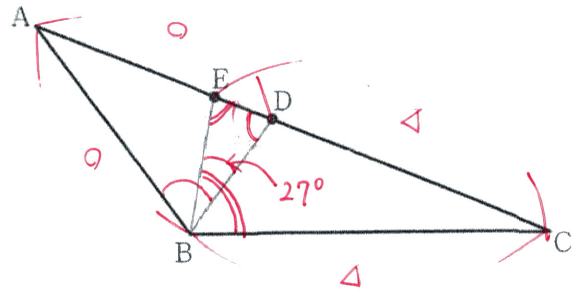
頂点 B と点 D，頂点 B と点 E を

それぞれ結ぶ。

∠DBE ＝ 27° のとき，

∠ABC の大きさは何度か。

図 1



∠ABC ＝ ⌒ ＋ ⌒ − 27

⌒ ＋ ⌒ ＋ 27 ＝ 180 ⇒ ⌒ ＋ ⌒ ＝ 153 ∴ ∠ABC ＝ 153 − 27 ＝ 126 //

〔問 5〕 右の図 2 のように，

線分 AB と線分 AC があり，AB ＜ AC である。

解答欄に示した図をもとにして，

直線 AB に対して点 C と同じ側にあり，

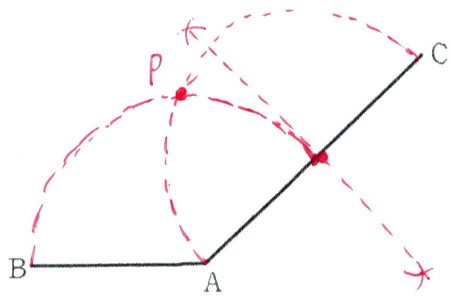
AP ＝ AB，AP ⊥ CP となる点 P を，

定規とコンパスを用いて作図によって求め，

点 P の位置を示す文字 P も書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図 2



2 右の図1で，点Oは原点，

曲線fは関数$y=-\frac{1}{2}x^2$のグラフ，

曲線gは関数$y=ax^2\left(a>\frac{1}{2}\right)$のグラフを表している。

点Aと点Bはともに曲線f上にあり，

点Aのx座標は負の数で，点Aと点Bはy軸について対称である。

点Cと点Dはともに曲線g上にあり，

点Cのx座標は点Bのx座標と等しく，

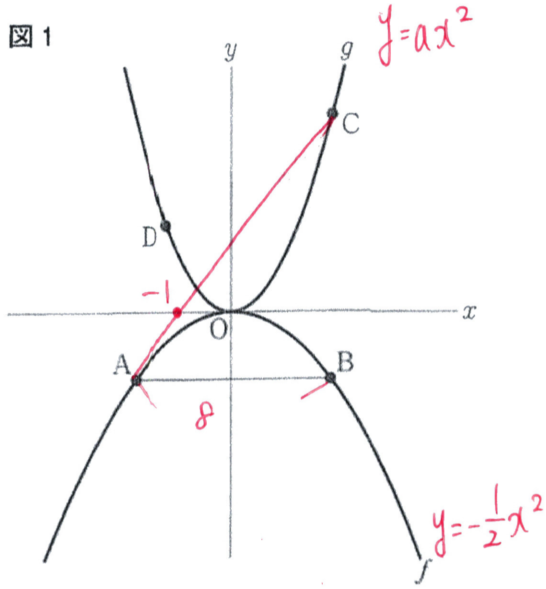
点Dのx座標は負の数である。

点Aと点Bを結ぶ。

原点から点（1，0）までの距離，および原点から点（0，1）までの距離をそれぞれ1 cmとして，

次の各問に答えよ。

図1



(1) 点Cのx座標をsとする。

C$(s, 2s^2)$

A$(-s, -\frac{1}{2}s^2)$ B$(s, -\frac{1}{2}s^2)$

$2s^2-(-\frac{1}{2}s^2)=s-(-s)$

$5s^2-4s=0$

$5s(s-\frac{4}{5})=0$

$s\neq 0$より $s=\frac{4}{5}$

$\therefore C(\frac{4}{5}, \frac{32}{25})$ //

〔問1〕 **図1**において，点Bと点C，点Cと点D，点Dと点Aをそれぞれ結んだ場合を考える。

$a=2$，四角形ABCDが正方形となるとき，点Cの座標を求めよ。

〔問2〕 **図1**において，AB＝8 cm，2点A，Cを通る直線とx軸との交点のx座標が-1のとき，

aの値を求めよ。

(2) A$(-4, -8)$, B$(4, -8)$

C$(4, 16a)$

直線ACは$(-4, -8)$, $(-1, 0)$を通る

$y=\frac{8}{3}x+b$

$0=-\frac{8}{3}+b$

$b=\frac{8}{3}$

$y=\frac{8}{3}x+\frac{8}{3}$に$(4, 16a)$を代入

$16a=\frac{32}{3}+\frac{8}{3}$

$a=\frac{5}{6}$ //

〔問 3〕 右の**図 2** は，**図 1** において，

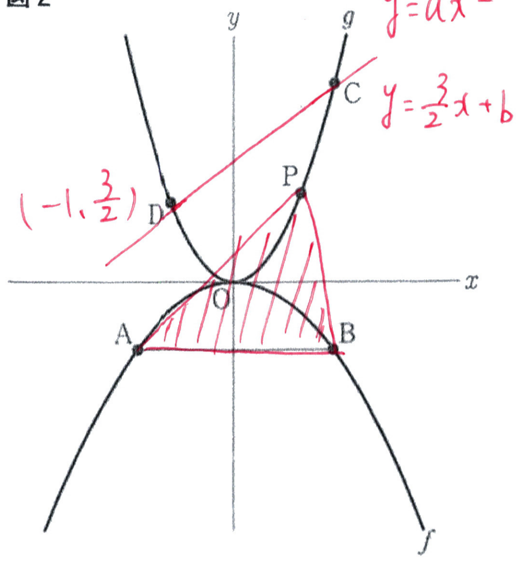
点 D の座標を $\left(-1,\ \dfrac{3}{2}\right)$ とした場合を表している。

曲線 g 上にあり，点 D から点 C まで移動する点を P とし，点 A と点 P，点 B と点 P をそれぞれ結んだ場合を考える。

△ABP の面積を S cm^2 とする。

2 点 C，D を通る直線の傾きが $\dfrac{3}{2}$ のとき，S のとりうる値の範囲を求めよ。

図 2



直線 CD： $y=\frac{3}{2}x+b$

$\left(-1,\frac{3}{2}\right)$ を通るので

$\frac{3}{2}=-\frac{3}{2}+b$

$b=3$

$y=\frac{3}{2}x+3$ … ①

$y=ax^2$ は $\left(-1,\frac{3}{2}\right)$ を通る

$a=\frac{3}{2}$

$y=\frac{3}{2}x^2$ … ②

①，②より

$\frac{3}{2}x^2=\frac{3}{2}x+3$

$x^2-x-2=0$

$(x-2)(x+1)=0$

$x=-1,2$

∴ C$(2,6)$

Sは、点Pが Oにいるとき min …(1)

Cにいるとき max …(2)

(1) $S=4\times2\times\frac{1}{2}=4$

(2) $S=4\times8\times\frac{1}{2}=16$

∴ $4\leqq S\leqq16$ //

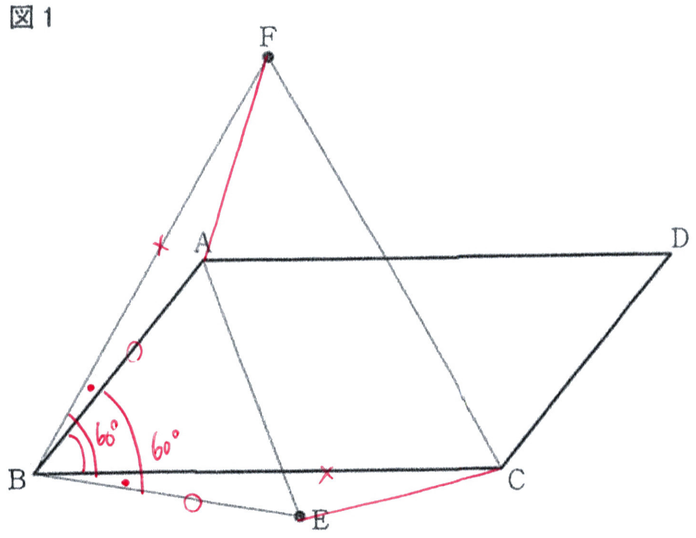
3 下の**図 1** で，四角形 ABCD は AB ＜ BC，∠ABC が鋭角の平行四辺形である。

点 E は，辺 AB について，2 点 C，D と同じ側にあり，AB ＝ BE ＝ EA である点とする。

点 F は，辺 BC について，2 点 A，D と同じ側にあり，BC ＝ CF ＝ FB である点とする。

次の各問に答えよ。

図 1



〔問 1〕 **図 1** において，∠ABC ＜ 60° のとき，頂点 A と点 F，頂点 C と点 E をそれぞれ結んだ場合を考える。

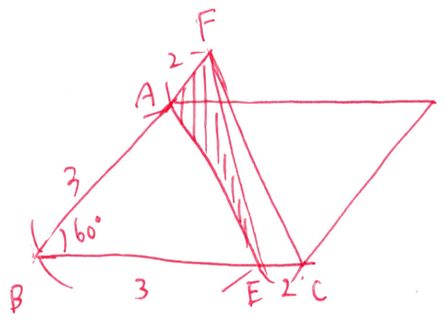
△ABF ≡ △EBC であることを証明せよ。

AB = EB …①
BF = BC …②
∠ABF + ∠ABC = 60°
∠EBC + ∠ABC = 60°
∴ ∠ABF = ∠EBC …③

①～③より 2辺とその間の角…
△ABF ≡ △EBC

〔問 2〕 **図 1** において，∠ABC ＝ 60° のとき，点 E は辺 BC 上にあり，点 E と点 F を結んだ場合を考える。

BE ＝ 3 cm，CE ＝ 2 cm のとき，△AEF の面積は何 cm^2 か。



$\triangle FBC = 5 \times \frac{5\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$

$\triangle AEF = \triangle FBC \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5}$

$= \frac{25\sqrt{3}}{4} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5}$

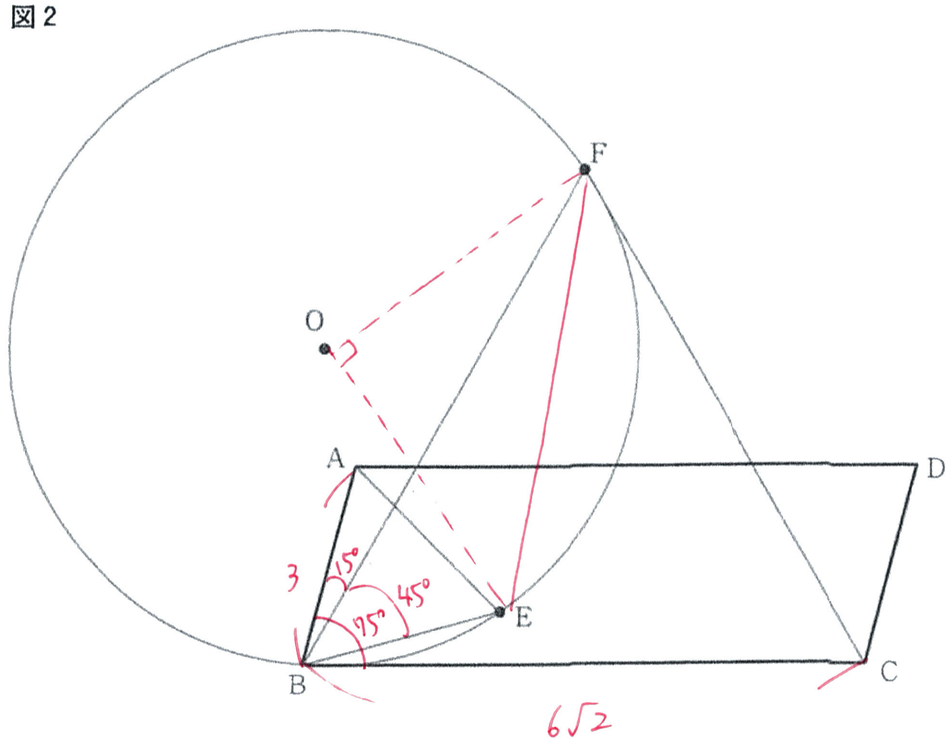
$= \frac{3\sqrt{3}}{2}$ //

〔問3〕 下の**図2**は，**図1**において，$\angle ABC = 75^\circ$ のとき，

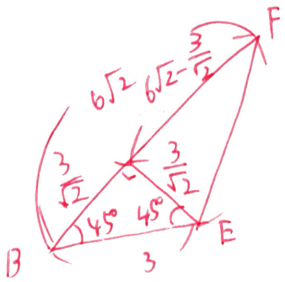
3点B，E，Fを通る円の中心をOとした場合を表している。

AB = 3 cm，BC = $6\sqrt{2}$ cm のとき，円Oの半径は何cmか。

図2



$\angle FBE = 45^\circ$ なので $\angle FOE = 90^\circ$



$$FE^2 = \left(6\sqrt{2} - \frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$= 45$$

$$\therefore\ FE = 3\sqrt{5}$$

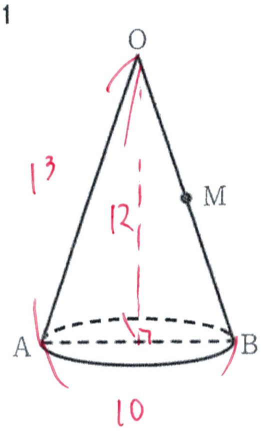
$$\therefore\ FO = 3\sqrt{5} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

4 右の図1に示した立体は，線分 AB を直径とする円を底面とし，頂点をOとする円すいである。

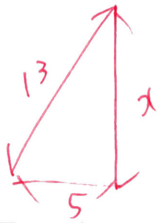
母線 OB の中点を M とする。

次の各問に答えよ。

図1



①



$x = \sqrt{13^2-5^2}$

$= 12$

$5\cdot5\cdot\pi\cdot12\cdot\frac{1}{3}$

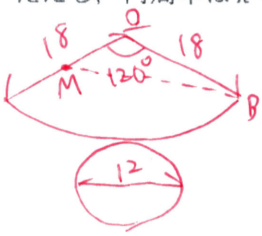
$= 100\pi$ 〃

〔問1〕 図1において，OA = 13 cm，AB = 10 cm のとき，

円すいの体積は何 cm^3 か。

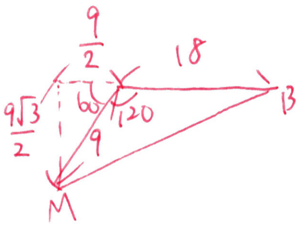
ただし，円周率は π とする。

②(1)



$12\cdot\pi = 36\cdot\pi\cdot\frac{x}{360}$

$x = 120$



$BM^2 = \left(18+\frac{9}{2}\right)^2 + \left(\frac{9\sqrt3}{2}\right)^2$

$= \frac{45\cdot45+9\cdot9\cdot3}{2\cdot2}$

$\therefore BM = 9\sqrt7$ 〃

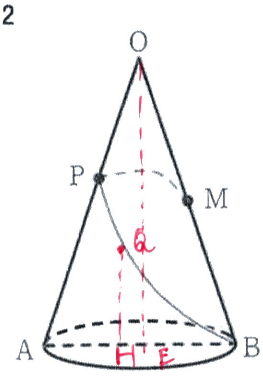
〔問2〕 右の図2は，図1において，母線 OA 上にある点を P とし，点 M から母線 OA 上の点 P を経由して点 B までひもをかけた場合を表している。

OA = 18 cm，AB = 12 cm，

ひもの長さが最も短くなるとき，次の（1），（2）に答えよ。

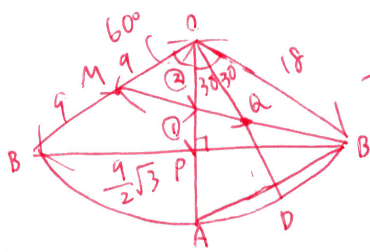
ただし，ひもの太さや伸び縮みは考えないものとする。

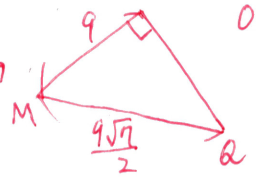
図2



（1） ひもの長さは何 cm か。

②(2)





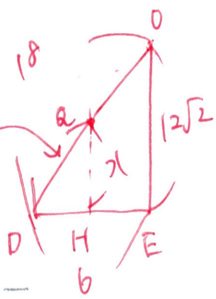
$OQ = \frac{9\sqrt3}{2}$

$QD : OD = 18-\frac{9\sqrt3}{2} : 18$

（2） ひもの長さを2等分する点を Q とし，点 Q から円すいの底面に垂線を引き，

底面との交点を H とした場合を考える。

線分 QH の長さは何 cm か。



$OE = \sqrt{18^2-6^2} = 12\sqrt2$

$18 : 18-\frac{9\sqrt3}{2} = 12\sqrt2 : x$

$18x = \frac{36-9\sqrt3}{2}\cdot12\sqrt2$

$18x = 18(12-3\sqrt3)\times\sqrt2$

$x = 12\sqrt2-3\sqrt6$ 〃

〔問 3〕 右の**図 3** に示した容器 X，容器 Y は，

図 1 の円すいを点 M を通る底面に平行な平面で 2 つの立体に分け，
点 O を含む立体を逆さにしたものと同じ形の容器を容器 X とし，
線分 AB を含む立体と同じ形で，
AB を直径とする円が底である容器を容器 Y としたものである。

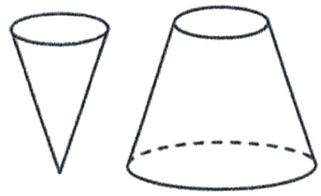
容器 Y は水平な台の上に置いてあり，容器 X の底面は水平な台と平行であり，容器の厚みは考えないものとする。

容器 X いっぱいに水を入れ，その水をすべて容器 Y に移すことを繰り返す。

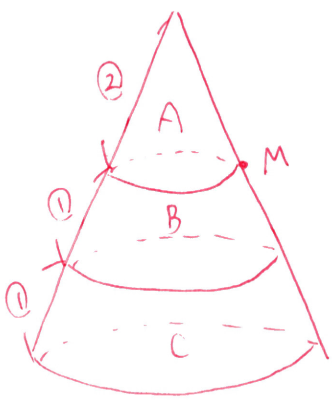
容器 Y の底の面から水面までの高さが初めて容器 Y の高さの半分を超えるのは，水を何回移したときか。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図 3



容器 X　　容器 Y



$A : B : C = 2^3 : 3^3 - 2^3 : 4^3 - 3^3$

$= 8 : 19 : 37$

$37 \div 8 = 4 \cdots 5$

∴ 5回